

संख्या पद्धति (Number System)

संख्याओं के बारे में जानना:-

(1) प्राकृतिक संख्या (Natural Number):- गिनती में प्रयोग होने वाली सभी संख्याओं के समुच्चय को प्राकृतिक संख्या कहते हैं।

Ex. 1, 2, 3, 4, 5, 6, ∞

(2) पूर्णसंख्या (Whole Number):- जब प्राकृतिक संख्या में शून्य को भी शामिल कर लिया जाय तो इस समुच्चय को पूर्ण संख्या कहते हैं।

Ex. 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, ∞

Note:- सभी प्राकृतिक संख्या पूर्ण संख्या हो सकती है परन्तु पूर्ण संख्या प्राकृतिक संख्या नहीं हो सकती।

(3) पूर्णांक संख्याएँ (Integers):- सभी पूर्ण संख्याओं के साथ जब ऋणात्मक संख्याओं को भी शामिल कर लेते हैं तो इसे पूर्णांक कहते हैं।

Ex. $\underbrace{-5, -4, -3, -2, -1}_{\text{ऋणात्मक संख्याएँ}}, \underbrace{0, 1, 2, 3, 4, 5}_{\text{पूर्ण संख्या}}$

(4) सम संख्याएँ (Even Number):- इसे विभाजित होने वाली सभी प्राकृतिक संख्याओं को सम संख्या कहते हैं।

Ex. 2, 4, 6, 8, 10, 12, ∞

(5) विषम संख्याएँ (Odd Number):- ऐसी प्राकृतिक संख्या जो इसे विभाज्य न हो उसे विषम संख्या कहते हैं।

Ex. 1, 3, 5, 7, 9, ∞

(6) अभाज्य संख्याएँ या रूढ़ संख्याएँ (Prime Number):- ऐसी संख्या जिसका 1 और स्वयं के अलावा अन्य कोई गुणनखण्ड न हो अर्थात् जो 1 और स्वयं को छोड़ किसी अन्य संख्या से विभाजित न हो अभाज्य संख्या कहलाती है।

Ex. 2, 3, 5, 7, 11, 13, ∞

Note:-

(i) पूरे अभाज्य संख्या में केवल 2 ऐसी संख्या है जो सम है बाकि सभी अभाज्य संख्याएँ विषम होती हैं। 2 के बाद 3 अभाज्य क्रमागत है और कही अभाज्य में ऐसी स्थिति नहीं बनेगी।

(ii) 1 से लेकर 25 तक गिनती में कुल 9 अभाज्य संख्याएँ मिलेगी।

1 से लेकर 50 तक कुल 15 संख्याएँ अभाज्य होंगी।

1 से लेकर 100 तक 25 संख्याएँ अभाज्य होंगी।

(7) योगिक संख्या (Composite Number):- 1 से बड़ी सभी संख्याएँ जिनका गुणनखण्ड 1 और स्वयं को छोड़कर कोई अन्य संख्या भी हो उसे योगिक संख्या कहते हैं:-

Ex. 4, 6, 9, 12, 14, ∞

(8) असहभाज्य संख्याएँ (Co-prime Numbers):- दो या दो से अधिक संख्याएँ जिनका उभयनिष्ठ गुणनखण्ड 1 हो उन्हें असहभाज्य संख्याएँ कहते हैं।

Ex. [4, 5], [2, 3, 7], [10, 21]

(9) जुड़वा अभाज्य (Twine Prime):- ऐसी दो अभाज्य संख्याएँ जिनका अन्तर 2 होता है उसे Twine Prime कहते हैं।

Ex. (3, 5) (10, 13) (17, 19) (41, 43) etc.

(10) परिमेय संख्याएँ (Rational Number):- ऐसी संख्याओं का समूह जिनके $\frac{p}{q}$ के रूप में लिखा जा सके p का मान कोई भी पूर्णांक हो परन्तु q का मान कभी भी शून्य नहीं होना चाहिए।

Ex. $\frac{4}{5}, \frac{-5}{4}, \frac{5}{8}, \frac{0}{10}$

शांत दशमलव संख्याएँ तथा आवर्ती दशमलव संख्याएँ भी परिमेय संख्याएँ हैं।

Ex. 8.35

1.333-----

संख्याओं के योग पर आधारित सूत्र

इन सभी सूत्रों में एक Variable 'n' प्रयोग होगा और n श्रृंखला में कितनी संख्या है उसको प्रदर्शित करेगा।

➤ प्रथम n प्राकृतिक संख्याओं का योग = $\frac{n(n+1)}{2}$

➤ प्रथम n सम संख्याओं का योग = $n(n+1)$

➤ प्रथम n विषम संख्याओं का योग = n^2

➤ प्रथम n प्राकृतिक संख्या के वर्गों का योग = $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

➤ प्रथम n प्राकृतिक संख्या के घनों का योग $\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$

विभाजकता का नियम

(1) 2 से :- ऐसी संख्याएँ जिनका इकाई अंक 0,2,4,6,8 हो वह पूरी संख्या 2 से भाज्य होगी।

Ex. 248, 480, 5876 etc.

3 से :- ऐसी संख्या जिसके अंको का योग उसे विभाजित है तो पूरी संख्या 3 से भाज्य होगी।

Ex. 252 में देखे तो $\frac{2+5+2}{3} = \frac{9}{3} = 3$ अर्थात ये संख्या उसे भाज्य है।

4 से :- किसी संख्या के इकाई, दहाई के अंको से बनी संख्या अगर 4 से भाज्य है या दोनों 00 है तो वह 4 से भाज्य होगी है।

Ex. 856, 912, 1520



5 से:- ऐसी संख्याएँ जिनका इकाई अंक 0 या 5 हो वह 5 से भाज्य होगी।

Ex. 545, 840, 235, etc.

6 से:- 6 का गुणनखण्ड 2×3 होगा अर्थात जो 2 से भी भाज्य हो और 3 से भी भाज्य हो वह 6 से पूर्णतः भाज्य होगी।

Ex. 144, 282 etc

7 से:- यदि किसी संख्या को लगातार 6 बार लिखेंगे तो वह 7 से भाज्य होगी या इसमें Negative osculator का प्रयोग करेंगे।

किसी संख्या के इकाई के अंक का दूगुना करके इकाई का अंक छोड़ने के बाद बनी संख्या में से घटाने पर प्राप्त संख्या अगर 7 से भाज्य है तो पूरी संख्या 7 से भाज्य होगी।

Ex. 343, 118 etc

8 से :- किसी संख्या का इकाई, दहाई तथा सैकड़े से बनी संख्या अगर 8 से भाज्य है या तीनों के जगह शून्य है तो यह पूरी संख्या 8 से भाज्य होगी-

Ex. 48512, 5000 etc.

9 से :- ऐसी संख्या जिसके अंको का योग 9 से भाज्य हो वह पूरी संख्या 9 से भाज्य होगी।

Ex. 3519, 5895 etc.

10 से:- ऐसी संख्या जिसका इकाई अंक 0 हो वह 10 से भाज्य होगी।

Ex. 240,320,80 etc.

11 से :- ऐसी संख्या जिसके सम के स्थान पर स्थित संख्या का योग विषम के स्थान पर स्थित संख्या कि योग का अन्तर 0 या 11 का गुणनखण्ड हो तो पूरी संख्या 11 से भाज्य होगी।

Ex. 1331

3 से:- 12 को 3×4 लिख सकते हैं अर्थात् ऐसी संख्या जो 3 और 4 दोनों से भाज्य हो वह 12 से पूरी तरह से भाज्य होगी।

Ex. 144,108 etc.

13 से :- 13 से विभाजकता के लिए हमें संख्या के इकाई अंक का 4 गुना इकाई अंक को छोड़ने के बाद शेष संख्या में जोड़ते हैं तब यदि संख्या 13 से भाज्य है तो पूरी संख्या 13 से भाज्य होगी—

Ex. 117

$$11+7 \times 4$$

$$11+28 = \frac{39}{13} = 3$$

मतलब 117 भाज्य है।

14 से :- 14 को 2×7 लिख सकते हैं मतलब जो 2 और 7 दोनों से कटे वह 14 से भी भाज्य होगी—

Ex.2814,226 etc.

15 से:- $15=3 \times 5$ अर्थात् जो 3 और 5 दोनों से भाज्य हो वह 15 से भाज्य होगी।

Ex. 225,3255 etc

16 से:- संख्या के अंतिम 4 अंको से बनी संख्या 16 से भाज्य होनी चाहिए

Ex.

17 से:- 17 से भाज्य होने के लिए इकाई अंक के 5 गुने को शेष संख्या से घटाइए अगर संख्या 17 से कट गई तो पूरी संख्या 17 से भाज्य होगी।

Ex. 1904

18 से:- $18 = 2 \times 9$ यानी जो 2 और 9 दोनों से भाज्य हो वह 18 से भाज्य होगी।

Ex.

19 से :- इसमें, यदि संख्या के अंतिम (इकाई) अंक का दुगुना इकाई अंक को छोड़ने से बनी संख्या में जोड़ने पर संख्या 19 से भाज्य है तो पूरी संख्या 19 से भाज्य होगी।

Ex. 361,38

20 से:- $20 = 2 \times 10$ अर्थात् अंत में इकाई अंक 0 तथा इकाई अंक को छोड़ने से बनी संख्या 2 से भाज्य होनी चाहिए

Ex.360,2840 etc.

इकाई का अंक ज्ञात करना:-

1. किसी संख्या इकाई अंक 0,1,5,6 हो तो उनका घात कितना भी हो प्राप्त उत्तर का इकाई अंक क्रमशः 0,1,5,6 यानी वही संख्या होगी।
2. किसी संख्या का इकाई अंक 4 हो तो उसकी घात सम संख्या होने पर इकाई अंक 6 तथा विषम संख्या होने पर इकाई अंक 4 होगी।

- अन्य किसी इकाई अंक की संख्या का घात कुछ हो उसका इकाई अंक निकालने के लिए उसके घात से 1 कम करके उसमें 4 से भाग दिये प्राप्त शेषफल 0,1,2,3 में से ही कोई होगा क्योंकि भाग 4 से दे रहे हैं। प्राप्त शेषफल में 1 की वृद्धि किजिए जो संख्या आती है उसे हमारी संख्या जिसका घात निकालना है उसके इकाई अंक के घात रख दिये। फिर हल करने पर जो संख्या आएगी उसका इकाई अंक हमारा उत्तर होगा।

÷ कुछ विशेष प्रश्न ÷

- भाजको की संख्या ज्ञात करने के लिए संख्या का अभाज्य गुणनखण्ड करके घातीय रूप में लिए जितना अधिकतम घात आता है उसमें 1 की वृद्धि कर दिये। अगर एक संख्या का घातीय रूप है तो वह उत्तर है यदि कई संख्या है तो उनके घातो में 1 जोड़ने से बनी संख्याओं का गुणनफल ही उत्तर होगा।
- किसी गुणनखण्ड में कुल अभाज्य संख्या ज्ञात करने के लिए जो संख्या दी गई रहती है उसका घातीय रूप में लिखिए फिर उसके घातो को जोड़ दिये प्राप्त योग ही कुल अभाज्य की संख्या होगी।
- जब आपको किसी संख्या में किसी अन्य संख्या से भाग देने पर कहे कि भाज्य में क्या जोड़ दे या क्या घटा दे तो भाज्य, भाजक से पूरा कट जाए उसके लिए भाजक से भाज्य में भाग दिये अगर घटाने के लिए कहा है तो जो शेष बच रहा है उसी को भाज्य से घटा देंगे तो संख्या कट जाएगी अगर जोड़ने के लिए कहें तो भाजक से शेष को घटाकर जो बचे उसी को जोड़ दे तो भाज्य, भाजक से पूरा कट जाएगा।
- किसी संख्या से किसी संख्या के बीच में अगर कोई अन्य संख्या से भाज्य होने वाली कुल संख्या निकालना हो तो उन संख्याओं के बीच जितनी संख्या होगी उसमें भाज्य करने वाली संख्या से भाग दे दे जितना बार भाग जाएगा वही उत्तर होगा।
- आवर्त दशमलव:-

दशमलव के दाहिने जितनी संख्या पर बाँट होता है उतने 9 हर में लिखते हैं तथा दाहिने तरफ ही जितनी संख्या पर बाँट नहीं है 9 के आगे उतने 0 बढ़ाते हैं। अंश के लिए ऊपर से बाँट है तो पूरी संख्या वैसे लिख देते हैं या कुछ पर बाँट है कुछ पर नहीं है तो पूरी संख्या लिखकर जितने पर बाँट नहीं है उसको घटा देते हैं। और दशमलव के बाये तरफ पूर्ण संख्याएँ होती हैं उसे मिश्रित भिन्न के तरह लगा देते हैं।

$$\text{Ex. } \underline{.3} = \frac{3}{9} \quad \underline{.17} = \frac{17-1}{90} = \frac{16}{90}$$

$$\underline{2.356} = 2 + \frac{356-3}{990} = 2 \frac{353}{990}$$

Trailine zero:-

किसी भी संख्याओं के गुणनफल में अन्तिम संख्या में कितना *zero* आ रहा है पता करने के लिए उसका अभाज्य गुणनखण्ड करे और 2 तथा 5 के जोड़े खोजे जितना 2 और 5 के जोड़े मिलेगा उतना शून्य अन्त में होगा।

अगर प्रश्न बड़ा है तो या वह श्रृंखला है तो उसमें प्रयोग होने वाली कुल संख्या ज्ञात करे और बारी बारी से 0' उस संख्या में 5' से फिर 5² से फिर 5³ से भाग देते रहे और यह तब तक करे जब तक हर अंश से छोटा रहे जैसे बड़ा हो करना बन्द कर दें । फिर संख्या से भाग कि जितनी बार भाग जाए सबको लेकर जोड़ देगे तो उतनी संख्या *zero* की होगी।

Video को देखे और अच्छे से समझे।

सिर-पैर से सम्बन्धित प्रश्न

सिर तथा पैर के प्रश्नों को हल करने का 2 नियम या तरिका था। पहला **by base** कि हमको पता कोई भी जानवर या जन्तु हो सर एक ही होगा पैर अलग-अलग हो सकता है। पहले सर और पैर से 2 समीकरण बना कर उसे हल कर सकते है। या,

Trick के लिए जितने पैर दिया है उसका आधा कर दिजिए उसमें से सिर की संख्या को घटा दे तो 4 पैरों वाले जन्तु की संख्या ज्ञात हो जाती है। फिर सिर से संख्या घटा दे तो 2 पैरों की संख्या ज्ञात हो जाएगी।

संख्याओं पर आधारित प्रश्न:-

2 अंको की संख्या और उसके के परिवर्तन से बनी संख्या का योग सदैव 11 से भाज्य होता है तथा उनका अन्तर 9 से भाज्य होता है।

आपके बेहतर भविष्य की शुरुआत